МЕТОД ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ИНФОРМАЦИИ, ПЕРЕДАВАЕМОЙ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ С ПОМОЩЬЮ УСЛОВНОЙ ЭНТРОПИИ

Савельева О. С., Саух И. А.

Условной энтропией первого порядка называется энтропия для алфавита, где известны вероятности появления одной буквы после другой (то есть, вероятности двухбуквенных сочетаний):

$$H_1(S) = -\sum_i p_i \sum_j p_i(j) \log_2 p_i(j), \tag{1}$$

где j – это состояние, зависящее от предшествующего символа, и $p_i(j)$ – это вероятность j при условии, что I был предыдущим символом [1].

Через частную и общую условные энтропии полностью описываются информационные потери при передаче данных в канале с помехами. Для этого применяются так называемые канальные матрицы. Для описания потерь со стороны источника (то есть известен посланный сигнал) рассматривают условную вероятность $p(b_j|a_i)$ получения приёмником символа b_j при условии, что был отправлен символ a_i. При этом канальная матрица имеет следующий вид:

	b_1	b_2	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_m
a_1	$p(b_1\|a_1)$	$p(b_2\|a_1)$	$\cdots$	$p(b_j\|a_1)$	$\cdots$	$p(b_m\|a_1)$
a_2	$p(b_1\|a_2)$	$p(b_2\|a_2)$	$\cdots$	$p(b_j\|a_2)$	$\cdots$	$p(b_m\|a_2)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_i	$p(b_1\|a_i)$	$p(b_2\|a_i)$	$\cdots$	$p(b_j\|a_i)$	$\cdots$	$p(b_m\|a_i)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_m	$p(b_1\|a_m)$	$p(b_2\|a_m)$	$\cdots$	$p(b_j\|a_m)$	$\cdots$	$p(b_m\|a_m)$

Очевидно, вероятности, расположенные по диагонали, описывают вероятность правильного приёма, а сумма всех элементов столбца даёт вероятность появления соответствующего символа на стороне приёмника – $p(b_j)$.

Потери, приходящиеся на передаваемый сигнал a_i, описываются через частную условную энтропию:

$$H(B|a_i) = -\sum_{j=1}^{m} p(b_j|a_i) \log_2 p(b_j|a_i). \tag{2}$$

Для вычисления потерь при передаче всех сигналов используется общая условная энтропия:

$$H(B|A) = -\sum_i p(a_i) H(B|a_i). \tag{3}$$

$H(B|A)$ означает энтропию со стороны источника, аналогично рассматривается $H(A|B)$ – энтропия со стороны приёмника: вместо $p(b_j|a_i)$ всюду указывается $p(a_i|b_j)$ (суммируя элементы строки можно получить $p(a_i)$, а элементы диагонали означают вероятность того, что был отправлен именно тот символ, который получен, то есть вероятность правильной передачи информации).

Взаимная энтропия или энтропия объединения предназначена для расчёта энтропии взаимосвязанных систем (энтропии совместного появления статистически зависимых сообщений) и обозначается $H(AB)$, где A характеризует передатчик, а B – приёмник.

Взаимосвязь переданных и полученных сигналов описывается вероятностями совместных событий $p(a_ib_j)$, и для полного описания характеристик канала требуется только одна матрица:

	b_1	b_2	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_m
a_1	$p(a_1b_1)$	$p(a_1b_2)$	$\cdots$	$p(a_1b_j)$	$\cdots$	$p(a_1b_m)$
a_2	$p(a_2b_1)$	$p(a_2b_2)$	$\cdots$	$p(a_2b_j)$	$\cdots$	$p(a_2b_m)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_i	$p(a_ib_1)$	$p(a_ib_2)$	$\cdots$	$p(a_ib_j)$	$\cdots$	$p(a_ib_m)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_m	$p(a_mb_1)$	$p(a_mb_2)$	$\cdots$	$p(a_mb_j)$	$\cdots$	$p(a_mb_m)$

Для более общего случая, когда описывается не канал, а в целом взаимодействующие системы, матрица необязательно должна быть квадратной. Очевидно, сумма всех элементов столбца с номером j даёт $p(b_j)$, сумма строки с номером i есть $p(a_i)$, а сумма всех элементов матрицы равна 1. Совместная вероятность $p(a_ib_j)$ событий a_i и b_j вычисляется как произведение исходной и условной вероятности:

$$p(a_ib_j) = p(a_i)\, p(b_j|a_i) = p(b_j)\, p(a_i|b_j). \tag{4}$$

Условные вероятности производятся по формуле Байеса. Таким образом, имеются все данные для вычисления энтропий источника и приёмника:

$$H(A) = -\sum_i \left(\sum_j p(a_ib_j) \log \sum_j p(a_ib_j) \right), \tag{5}$$

$$H(B) = -\sum_j \left(\sum_i p(a_ib_j) \log \sum_i p(a_ib_j) \right). \tag{6}$$

Взаимная энтропия вычисляется последовательным суммированием по строкам (или по столбцам) всех вероятностей матрицы, умноженных на их логарифм:

$$H(AB) = -\sum_i \sum_j p(a_ib_j) \log p(a_ib_j). \tag{7}$$

Примем во внимание то, что каждая i-я экспериментальная точка содержит информацию о вероятностях двух событий, которые являются полным множеством: «система работоспособна» P_i и «система отказала $(1 - P_i)$».

С учетом сказанного выше оценку отказоустойчивости в пределах зоны II можно свести к оценке информации, содержащейся в сложных системах с нагруженным резервированием (ССНР) и применить энтропийное выражение следующего вида:

$$K_Э = \sum_{i=n^*}^{n^{**}} \left[P(i)\log_2 P(i) - (1 - P(i))\log_2 (1 - P(i)) \right]. \quad (8)$$

Такой показатель также позволяет оценить техническое состояние ССНР одним безразмерным числом, что позволяет использовать его в информационной модели при экспресс-оценивании. Он может служить также показателем для сравнения различных вариантов ССНР в проектировании или реулируемым параметром в управлении.

1. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. Пер с англ. Под ред Р. Л. Добрушина и О. Б. Лупанова. – М.: Изд. иностр. лит., 1963. – 832 с.