Яремко И.А. *магистрант*
Кафедра прикладной математики
Одесский национальный политехнический университет

ЛИНЕЙНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ СИЛ

В работе приводится ряд линейных оптимизационных математических моделей размещения производительных сил. Вид модели зависит от информации об объемах производства в полагаемых пунктах производства и критерия оптимизации.
Ключевые слова: *производительные силы, математическая модель, оптимизация, критерий оптимизации, объем производства.*

Составление удачных проектов размещения предприятий- производителей является достаточно сложной задачей. В первую очередь, определение мест расположения будущих предприятий, где возможно строительство, а может реконструкция уже существующих предприятий. С одной стороны, необходимо учесть возможности доставки сырья, наличия энергоносителей, рабочей силы, дорог, транспорта и многое другое. С другой стороны, производство организуется с целью удовлетворения спроса выпускаемой продукции. Необходимо также учесть, что себестоимость изделий зависит от объемов производства. Кроме того, доставка продукции потребителям и другие логистические моменты предопределяют удачность функционирования условий “затрата-выпуск-спрос”. Учет всех перечисленных условий при построении математической модели приводит к сложной математической структуре. Такие структуры недостаточно хорошо математически исследованы, непросто формализуются и тем более не имеют эффективных методов решения и программного обеспечения. Пока решаются отдельные задачи, составляются эти сложные структуры.

В данной работе предполагается, что известны места расположения предприятий-производителей, места и объемы потребления продукции. Целью является определение действительных мест производства из числа заданных и их объемы производства, чтобы удовлетворить спрос потребителей, достигая наилучшего эффекта. Доставка сырья и материалов, а также мощностей энергоносителей, наличие других средств производства не учитывается.

Итак, имеется m ($i = \overline{1,m}$) возможных пунктов производства, где можно согласно экономическим расчетам организовать производство. Объемы производства ограничиваются различными способами. От этого зависит математическая модель. Продукцию потребляют n ($j = \overline{1,n}$) потребителей, каждый из которых запрашивает b_j единиц. Поскольку географически определены и пункты производства, и пункты потребления, то возможно вычислить стоимость перевозки единицы продукции от каждого производителя каждому потребителю. Обозначим эти расходы через c_{ij}(i=$\overline{1,m}$, j=$\overline{1,n}$).

Класс математической модели зависит от информации о возможных объемах производства и цели эффективного функционирования самой системы [3]. Объемы производства могут быть ограничены сверху ($\overline{a_i}$), снизу ($\underline{a_i}$) или задан перечень возможных объёмов (a_i^k). Это зависит от типа производства. К примеру, мощности атомных электростанций складываются из подключаемых к работе блоков [4].

Что касается критериев оптимизации при формализации процессов размещения, то для продукции массового использования, когда она доставляется часто, преимущественно эффективность зависит от минимизации транспортных расходов. Если производство и трудоёмкое, и материалоёмкое, то необходимо учесть производственные расходы.

В зависимости от перечисленной информации об объемах производства и целях проектирования производства имеем модели таких классов задач оптимизации.

Транспортная задача линейного программирования (открытая модель):

$$Z = min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \overline{a_i}; i = \overline{1,m} ;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = \overline{1,n} ;$$

$$x_{ij} \geq 0;\ i = \overline{1,m};\ \ j = \overline{1,n}\,.$$

-где x_{ij} – объем перевозимой продукции от i-того производителя j-тому потребителю.

Задача будет просто линейного программирования, имеющая специальную структуру, если будут учтены ограничения снизу на объем производства. К выше записанной модели прибавляется ограничение:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geq \underline{a_i}; i = \overline{1,m};$$

Математическая модель будет относиться к моделям частично целочисленного линейного программирования, если объем производства не представляется конкретной числовой величиной, а его необходимо выбрать из списка возможных, соответствующих типовым проектам. Вводятся булевые переменные y_i^k, которые сопоставляются с объемами a_i^k для каждого $i = \overline{1,m}$ и $k = \overline{1,p_i}$. Выражение $\sum_{k=1}^{p_i} a_i^k\ y_i^k$ – объем производства в i-том пункте, если $\sum_{k=1}^{p_i} y_i^k = 1$ (выбирается один проект из списка) и $y_i^k \in \{0,1\}$.

Математическая модель остается моделью того же класса моделей, если критерием оптимизации будут суммарные расходы, состоящие из транспортных на доставку продукции и производственных, соответствующих выбранному объему. Поскольку производственные расходы зависят от объема производства, то для каждого a_i^k нетрудно определить себестоимость продукции. Обозначим через s_i^k. Производственные расходы представятся как $s_i^k * a_i^k$, если будет выбран объем a_i^k.

Модель следующая:

$$Z = \min\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_i^k\, s_i^k y_i^k\},$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq \sum_{k=1}^{p_i} a_i^k\, y_i^k, i = \overline{1,m}\,;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = \overline{1,n}\,;$$

$$\sum_{k=1}^{p_i} y_i^k = 1, i = \overline{1,m}\,;$$

$$x_{ij} \geq 0;\ i = \overline{1,m};\ \ j = \overline{1,n}\,;$$

$$y_i^k \in \{0,1\},\,,i = \overline{1,m}\,, \text{и}\ \ k = \overline{1,p_i}.$$

Модель можно реализовать при наличии исходных данных средствами программной среды MatLab. Однако это малоэффективно. Модель имеет специфическую структуру. Алгоритм реализации такой модели будет представлен в следующей работе.

Руководитель магистерского исследования к.э.н., доцент Юхименко Б.И.

Литература

1. Заблоцкий Б.В. Розміщення продуктивних сил України: Національна макроекономіка: посібник / Б.В. Заблоцкий – К.: Академвидав, 2002. – 368с.

2. Орлов А.И. Теория принятия решений / А.И. Орлов – М.: Экзамен, 2006. – 573с.

3. Юхименко Б.И. Формализация задач размещения производительных сил.// Інформатика та математичні методи у моделюванні. – Одеса, 2012, Т2, №4. – С. 337-343.

4. Юхименко Б.И. Математическая модель определения оптимальной стратегии размещения атомных электростанций в регионе // Материалы IX Всеукраїнської конференції «Перший крок у науку» / Юхименко Б.И., Рыбак О.В. – Луганск, 2014, Т2. – С.506-512.