УДК 681.5

МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРУ МАС ПРИ ЗАВАНТАЖЕННІ ЕЛЕВАТОРА

Нігруца Р.В.
к.т.н., доцент каф. КСУ Великий В.І.
Одеський Національний Політехнічний Університет, УКРАЇНА

АНОТАЦІЯ. В статті представлені розрахунки зміщення центру мас відносно вертикальної осі при завантаженні зерна в ємності елеватора. Це дозволяє, з урахуванням раніше отриманих результатів по зміщенню відносно горизонтальної осі, мати повну інформацію про процес і контролювати його.

Введення. В ємностях елеватора – бункерах та силосах – діють на стінки із середини значні вертикальні й горизонтальні навантаження від зерна, що завантажується та потім зберігається у них [2]. При цьому центр мас продукту постійно переміщується відносно осей ємності, мігрує від стінки до стінки, змінює тиск на них, розхитує саму споруду. Ці процеси особливо небезпечні під час нерівномірного завантаження. Тому розрахунки і аналіз цих процесів є досить актуальними. Найбільш важливим для дослідження автори вважають таке заповнення, при якому зерно зосереджується у однієї зі стінок, а форма зернової маси має вигляд косозрізаного циліндру.

Мета роботи. Метою роботи є дослідження і аналіз процесу вертикального зміщення центру мас у циліндричних ємностях елеватора – силосах та бункерах – під час їх заповнення зерном. Дослідження проведені для умов нерівномірного завантаження, коли форма зернової маси має вигляд косозрізаного циліндру.

Основна частина роботи. На рисунку 1 представлений випадок, коли маса зерна зосереджена у однієї зі стінок, який є найбільш складним для деформації елеватора.

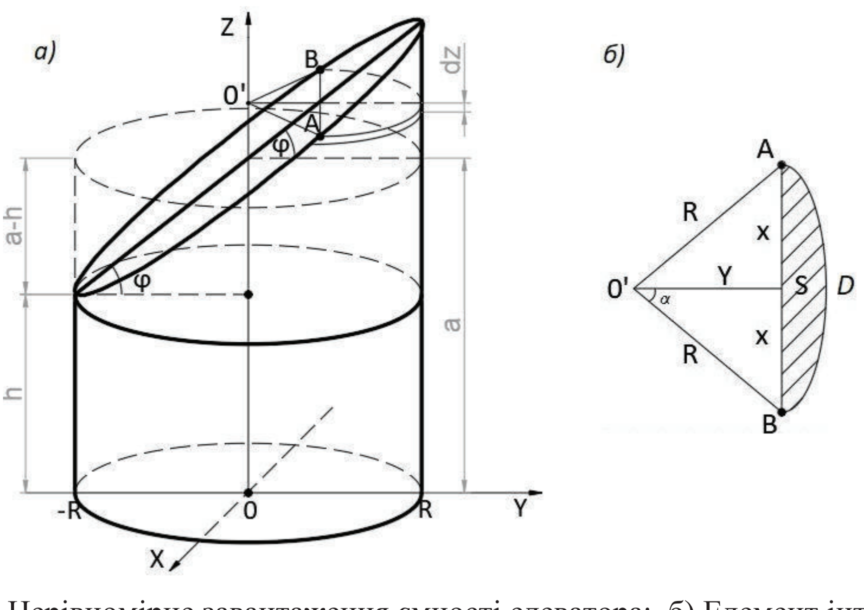

Рис. 1 – а) Нерівномірне завантаження ємності елеватора; б) Елемент інтегрування

Вертикальна складова центру мас z_c однорідного тіла рис. 1 обчислюється за формулою (1):

$$Z_c = \left(\int_h^H z\, S_{\text{сегм}} dz + \int_0^h z\, \pi R^2 dz\right)/V \qquad (1)$$

Тобто область розбита на циліндр $0 \le z \le h$ і скошену частину $h < z < H$.
Площа сегменту $S_{сегм}$ дорівнює різниці площі сектора $S_{сек}$ $OADB$ і площі трикутника $S_{тр}$ OAB.

$$S_{\text{сек}} = [(\pi R^2)/(2\pi)]2\alpha = R^2\alpha \qquad (2)$$

$$S_{\text{тр}} = (1/2)\, 2xy = (1/2)\, R\cos\alpha\, 2R\sin\alpha = (1/2)\, R^2 \sin 2\alpha \qquad (3)$$

де $a = arcos(y/R)$
Тоді, підставивши це значення в (2) і (3), отримаємо значення $S_{сегм}$ (4).

$$S_{сегм} = S_{сек} - S_{тр} = R^2 arccos(y/R) - (R^2/2)\sin\left(2arccos(y/R)\right) \quad (4)$$

Винесемо R^2 за дужки і скористаємося тригонометричною функцією $sin(2\alpha)=2sin\alpha\cdot cos\alpha$:

$$R^2\left[arccos(y/R) - (1/2)\,2\sin\left(arccos(y/R)\right)\cos\left(arccos(y/R)\right)\right] \quad (5)$$

Для подальших обчислень напишемо декілька тригонометричних рівнянь [1], таких як $cos(arccos\alpha)=\alpha$, $sin(arcsin\alpha)=\alpha$ та $arccos\alpha = arcsin(\sqrt{1-\alpha^2})$. Тоді вираз (5) набуває вигляду:

$$R^2\left[arccos(y/R) - (y/R)\sqrt{1-(y/R)^2}\,\right] \quad (6)$$

Але $z = a+y\cdot tg\varphi$ тому $y=(z-a)/\,tg$. Підставивши значення y в (6), отримаємо:

$$S_{сегм} = R^2\left[arccos((z-a)/\,(Rtg\varphi)) - (z-a)/\,(Rtg\varphi)\sqrt{1-((z-a)/\,tg\varphi)^2}\,\right]$$

Розв'яжемо другий інтеграл в чисельнику виразу (1):

$$\int_0^h z\,\pi R^2 dz = (\pi R^2/2)\,z^2\,\Big|_0^h = (\pi R^2 h^2)/2 \quad (7)$$

Розв'яжемо перший інтеграл в чисельнику виразу (1):

$$\int_h^H z\,S_{сегм}dz = R^2\int_h^H z\left[arccos\left(\frac{z-a}{Rtg\varphi}\right) - \frac{z-a}{Rtg\varphi}\sqrt{1-\left(\frac{z-a}{Rtg\varphi}\right)^2}\,\right]dz \quad (8)$$

Для розв'язку (8) зробимо декілька замін: $t=(z-a)/(R\cdot tg\varphi)$, $dt=dz/(R\cdot tg\varphi)$, $dz= R\cdot tg\varphi\cdot dt$, $z=a+t\cdot R\cdot tg\varphi$. Підставивши їх і розв'язавши новий інтеграл, отримаємо нове значення для (8)

$$\int_h^H z\,S_{сегм}dz = \pi R^2(a-h)\left[1-\frac{3(a-h)}{8a}\right] \quad (9)$$

Підставивши праві частини (7) і (9) в праву частину (1), отримаємо остаточний результат:

$$z_c = \frac{\pi R^2 a(a-h)\left(1-\frac{3(a-h)}{8a}\right) + \frac{\pi R^2 h^2}{2}}{\pi R^2 a} = (a-h)\left(1-\frac{3(a-h)}{8a}\right) + \frac{h^2}{2a} \quad (10)$$

Горизонтальна складова центру мас y_c однорідного тіла, яку раніше було розраховано відповідно до формули $y_c = (2\int_{-R}^{R} yxzdy)/V$, набуває найбільшого значення в початковий момент завантаження і дорівнює $y_c=0{,}25R$, де R – радіус бункера.

Висновки. Виконавши вище вказані математичні розрахунки по дослідженню центру мас сипких матеріалів в циліндричних бункерах і силосах елеватора при нерівномірному завантажені, можна отримати чітке уявлення про зміщення центру мас. З отриманого виразу (10) для вертикальної складової z_c центру мас, а також із попередніх розрахунків для горизонтальної складової y_c центру мас можна зробити висновок, що коли $h=a=H$, тобто при прямому циліндрі, центр мас $z_c = H/2$, $y_c = 0$. Так як ми розглядаємо симетричну фігуру, то у всіх випадках $x_c = 0$. Але в початковий період завантаження, коли $h = 0$, маємо $z_c = (5/8)a$ і $y_c = R/4$, де R – радіус бункеру. З ростом h центри мас z_c і y_c асимптотично наближаються до своїх осей. Враховуючи отримані результати, можна зробити висновок, що необхідне постійне управління процесом завантаження для запобігання аварійних ситуацій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991с.
2. Винокуров К.В. Элеваторы, склады, зерносушилки /Учебн.пособие. – Саратов. СГТУ, 2008.-188с.