

УДК 681.5

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРУ ТЯЖІННЯ В БУНКЕРІ В УМОВАХ НЕРІВНОМІРНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ

Нігруца Р.В.

к.т.н., доцент каф. КСУ Великий В.І.

Одеський Національний Політехнічний Університет, УКРАЇНА

АНОТАЦІЯ. В статті представлені математичні розрахунки для моделювання процесу переміщення центру тяжіння сипких вантажів у циліндричному бункері відносно горизонтальної осі. Це дає змогу контролювати процес завантаження, наприклад зерна, для стабільної роботи обладнання і зменшення тиску на стінки ємності в умовах нерівномірного завантаження.

Введення. Практичний досвід експлуатації споруд типу бункерів та силосів, що входять до складу елеваторів, свідчить про їх недостатню надійність і довговічність. Справа в тому, що із середини на стінки діють значні горизонтальні й вертикальні навантаження від матеріалів, що завантажуються та потім зберігаються у ємностях. Під час цих процесів центр тяжіння сипкої маси переміщується ближче до стінки, і тому тиск на неї підвищується. Особливі ризики виникають під час нерівномірного завантаження маси. Тому моделювання і аналіз цих процесів є важливими для підвищення якості роботи елеваторів та інших подібних споруд.

Мета роботи. Метою роботи є дослідження процесу зміщення центру тяжіння сипкої маси у циліндричному бункері під час його заповнення, особливо, в умовах нерівномірного завантаження, що дозволяє уникнути деформації споруди. Дослідження проведено методом математичного моделювання процесу.

Основна частина роботи. На рисунку 1 представлений найбільш важкий для деформації циліндричного бункера елеватора випадок заповнення – коли маса зерна зосереджена у одній зі стінок [2]. В даному випадку ми розглядаємо симетричну фігуру – косозрізаний циліндр ємністю:

$$V = \pi R^2 \alpha \quad (1)$$

Площина симетрії фігури співпадає з ZOY і перпендикулярна колу основи радіусу R .

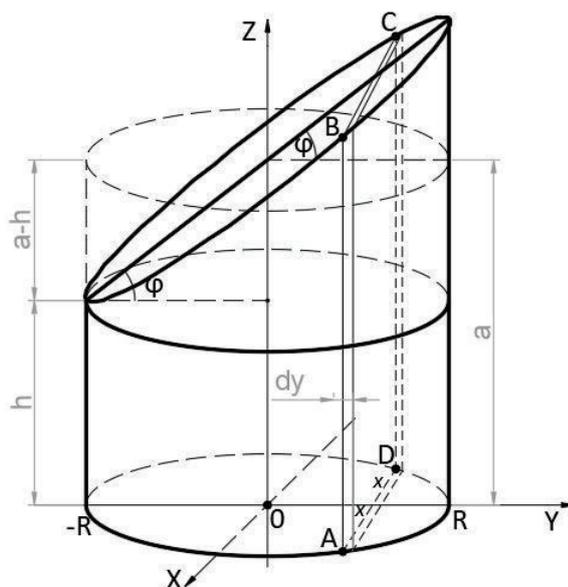


Рис. 1 – Варіант нерівномірного завантаження циліндричного бункера

Горизонтальна складова центру тяжіння u_c однорідного тіла визначається згідно формули (2), де $S_{ABCD} dy$ – елементарний об'єм інтегрування, основою якого є прямокутник $ABCD$, а висотою – dy . Сторони прямокутника $AD=BC=2x$ і $AB=DC=z$, тобто $S_{ABCD} = 2xz$.

$$y_c = \frac{1}{V} \int_{-R}^R y S_{ABCD} dy = \frac{2}{V} \int_{-R}^R y x z dy \quad (2)$$

Із рівняння кола $x^2 + y^2 = R^2$ маємо:

$$x = \sqrt{R^2 - y^2} \quad (3)$$

Із рис.1 видно, що

$$z = a + y \operatorname{tg} \varphi \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = (a - h)/R \quad (5)$$

Підставивши (3) і (4) в (2) і здійснивши наступні перетворення, послідовно отримаємо:

$$y_c = \frac{2}{V} \int_{-R}^R y \sqrt{R^2 - y^2} (a + y \operatorname{tg} \varphi) dy$$

Здійснивши елементарні перетворення, отримаємо:

$$y_c = \frac{2a}{V} \int_{-R}^R y \sqrt{R^2 - y^2} dy + \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{V} \int_{-R}^R y^2 \sqrt{R^2 - y^2} dy \quad (6)$$

Перший доданок в формулі (6) дорівнює нулю, оскільки є непарною функцією в симетричних межах. Тоді формула (6) набуває вигляду:

$$y_c = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{V} \int_{-R}^R y^2 \sqrt{R^2 - y^2} dy \quad (7)$$

Інтеграл (7) - табличний інтеграл. Із [1] маємо:

$$y_c = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{V} \left[\frac{y}{8} (2y^2 - R^2) \sqrt{R^2 - y^2} + \frac{R^4}{8} \arcsin \frac{y}{R} \right] \Big|_{-R}^R \quad (8)$$

Підставляючи значення в формулу (8), бачимо, що перший доданок дорівнює нулю при підстановці R і $-R$. Тому після підстановки отримуємо наступний вираз

$$y_c = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{V} \left[\frac{R^4}{8} \arcsin 1 - \frac{R^4}{8} \arcsin(-1) \right] = \frac{\pi R^4}{4V} \operatorname{tg} \varphi \quad (9)$$

Підставляючи значення (1) і (5) у праву частину (9), отримуємо остаточний результат:

$$y_c = \frac{R}{4} \left(1 - \frac{h}{a} \right) \quad (10)$$

Висновки. Проведені математичні розрахунки по дослідженню горизонтального зміщення центру тяжіння сипких матеріалів в циліндричних бункерах при нерівномірному завантаженні дозволили отримати чітке аналітичне значення шуканої величини. З отриманого виразу можна зробити висновок, що найбільше зміщення центру тяжіння, що дорівнює $0,25R$, де R - радіус бункера, виникає в початкові моменти завантаження. В подальшому, коли відносна різниця рівнів завантаження у протилежних стінках бункера зменшується, центр ваги асимптотично наближається до осьової вертикалі. На підставі цього можна зробити висновок про необхідність якісного управління завантаженням в початкові моменти заповнення ємності, щоб запобігти накопиченню зернової маси в периферійній області бункера.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991с.
2. Винокуров К.В. Элеваторы, склады, зерносушилки /Учебн.пособие. – Саратов. СГТУ, 2008.-188с.