

РОЗРАХУНОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ АДРОНІВ ЗА ПЕРЕДАНИМ ЧОТИРИ-ІМПУЛЬСОМ В МЕЖАХ ТЕОРІЇ ЗБУРЕНЬ

Н. О. Чудак, К. К. Меркотан, Д. А. Пташинський, О. С. Потієнко, І. В. Шарф, В. І. Брегід
*Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна
e-mail: nata.podolyan@gmail.com*

(Отримано 04 травня 2018 р., в остаточному вигляді — 19 вересня 2018 р.)

Мета цієї праці — застосування методу багаточастинкових полів для опису розсіяння адронів на прикладі розрахунків диференціального перерізу пружного протон-протонного розсіяння за квадратом переданого чотири-імпульсу. Розглянуто модель пружного розсіяння протонів, породжених полюсними діаграмами багаточастинкових полів, а також з урахуванням внеску цих діаграм у стрибок уявної частини амплітуди пружного розсіяння на s - і u -канальних розрізах. Запропоновано модель, яка приводить до скінченного значення амплітуди пружного розсіяння протонів за нульового значення квадрата переданого чотири-імпульсу t . У цьому основна відмінність цієї моделі від теорії збурень КХД, яка приводить до нескінченного значення амплітуди розсіяння за $t = 0$, і від моделей, що базуються на різних варіантах реджіонної феноменології, у яких це значення є скінченим. Однак ця скінченність фактично постулюється, а не отримується як наслідок динамічної моделі, основаної на теорії поля. Модель на якісному рівні відтворює відому з експерименту немонотонність залежності диференціального перерізу пружного розсіяння do^{elastic}/dt від t . На жаль, кількісного збігу з експериментальними даними досягнути не вдалося. Причиною цього, на нашу думку, є те, що внаслідок громіздкості обчислень ми поки що не спромоглися врахувати внесок непружних процесів у стрибки уявної частини амплітуди пружного розсіяння на s - і u -канальних розрізах.

Ключові слова: багаточастинкові поля, диференціальний переріз, пружне розсіяння адронів, квадрат переданого чотири-імпульсу.

DOI: <https://doi.org/10.30970/jps.23.1101>

PACS number(s): 12.38.Bx, 12.38.Cy, 25.40.Cm, 13.85.-t

І. ВСТУП

Мотивацією для розробки моделі багаточастинкових полів [1, 2] є бажання отримати квантово-польову динамічну модель для розрахунку експериментально спостережливих характеристик процесів з адронами. Мета цієї статті — застосування моделі багаточастинкових полів до розрахунку в найпростіших наближеннях диференціального перерізу пружного розсіяння протонів за квадратом переданого чотири-імпульсу.

Зазвичай внутрішню структуру адронів описують за допомогою партонної моделі [3–5]. Наскільки нам відомо, відсутнє формулювання цієї моделі в термінах динамічної квантово-польової теорії з відповідним партонним лагранжіаном, операторами народження та знищення партонів і перетавними співвідношеннями між ними. Тому партонна модель не може допомогти досягти вказаної вище мети.

Іншим популярним засобом опису процесів за високих енергій є різні варіанти реджіонної теорії [6–8]. Феноменологічні реджіонні моделі основані на припущеннях, що аналітичне продовження парціальної амплітуди розсіяння в площину комплексного моменту імпульсу має полюси першого, другого або третього порядків [9] (більші порядки призводили б до порушення обмеження Фруассара [10]).

Прийнято вважати [11–13], що полюс першого порядку виникає, якщо в зображенні Грібова–Фруассара

[6] для парціальної амплітуди змодельовати непружні процеси, що визначають стрибок амплітуди на s - і u -канальних розрізах (тут і далі s, t, u -інваріанти Манделстама), діаграмами “гребінкового” (або “сходінкового”, якщо мати на увазі розрізані діаграми [7,14]) типу. Проте аналіз внесків таких діаграм проводиться з припущенням, що основний внесок у відповідні інтеграли робить мультiredжівська область [8, 15, 16]. Такий підхід викликає певні заперечення, які докладно аргументовані в працях [17,18].

Модель з полюсом другого порядку аналітичного продовження парціальної амплітуди в площину комплексного моменту імпульсу розглянуто в низці праць, наприклад [19–22]. Поліси третього порядку проаналізовано, наприклад, у [23, 24]. Такі моделі порівняно з моделями з простими полюсами Редже мають ту перевагу, що вони не потребують розгляду реджіонів з перерізами, які перевищують одиницю, і тому опис асимптотичного зростання перерізу в таких моделях досягається простіше і природніше. Проте, наскільки ми розуміємо, на сьогодні немає якихось динамічних моделей, які б приводили до кратних полюсів аналітичного продовження парціальної амплітуди, і тому існування таких полюсів доводиться тільки постулювати. Окрім того, усі варіанти реджіонної теорії розглядають s -канальну асимптотику за великих s і малих t . Відтак основною метою реджівського підходу є встановити залежності величин від s , тоді як залеж-

ності від t доводиться лише постулювати [25], виходячи з експериментально відомих залежностей, або з певних геометричних міркувань [26, 27]. Це особливо суттєво, коли розв'язують задачу про опис диференціального перерізу пружного розсіяння за квадратом переданого чотири-імпульсу. Відомий з експерименту ефект немонотонності [28]. Опис такої немонотонності потребує виходу за межі малого околу точки $t = 0$. Тому традиційний реджонний підхід, коли вважається, що достатньо правильно нормувати величини за $t = 0$ і правильно описати їхню поведінку в околі цієї точки [25], для розв'язку задачі такого опису не підійде. Зазначимо, що феноменологічні моделі з кратними полюсами вдало описують зазначений ефект немонотонності [20, 24, 29]. Проте цей вдалий опис, як уже зазначено вище, є суто феноменологічним і не базується на якійсь динамічній моделі.

Окрім опису немонотонності залежності диференціального перерізу пружного розсіяння від t , є ще одне, важливе, на нашу думку, питання. Як відомо з експериментальних даних, повні перерізи адрон-адронних процесів є скінченними величинами [30]. До того ж експериментальні дані обробляють так [31–35], щоб виключити внесок електромагнітної взаємодії адронів і виміряти, таким чином повний переріз розсіяння адронів за рахунок сильної взаємодії. Таким чином, кулонівська амплітуда розсіяння [31–33, 35] є нескінченною за $t = 0$. Відповідно, повний переріз кулонівського розсіяння, згідно з формулою Резерфорда [36], теж є нескінченною величиною. У зв'язку з цим постає питання, як у теорії сильної взаємодії адронів можна отримати скінченне значення амплітуди за $t = 0$. Якщо користуватися теорією збурень КХД, то амплітуда

розсіяння кварків з одноглюонним обміном приведе до нескінченності за $t = 0$. Окрім того, навряд чи теорію збурень КХД можна застосовувати, якщо $t = 0$. Зрозуміло, що механізм Гітса, який розв'язує аналогічну проблему для слабкої взаємодії, не допоможе, бо бозон Гітса не бере участі в сильній взаємодії. Розглянуті вище феноменологічні моделі не розв'язують завдання, бо вони просто постулюють скінченну амплітуду за $t = 0$.

Далі в цій статті запропоновано динамічну модель пружного розсіяння протонів, яка базується на методи багаточастинкових полів і приводить до скінченного значення амплітуди розсіяння за $t = 0$. Також модель, щоправда лише на рівні якісної поведінки, але не кількісного збігу, відтворює немонотонність залежності диференціального перерізу пружного розсіяння. При цьому, на відміну від описаних вище моделей, враховуються спінові ефекти, які принаймні в цій моделі відіграють суттєву роль в описі немонотонності. Докладніше ця роль буде проаналізована наприкінці наступного розділу після розгляду квантування біспірного тричастинкового поля.

II. КВАНТУВАННЯ БАГАТОЧАСТИНКОВИХ ПОЛІВ

Перед тим як перейти до опису експерименту з пружного розсіяння протонів за допомогою моделі багаточастинкових полів [1, 2], проведемо квантування цих полів. Динамічні рівняння для багаточастинкових полів, які відповідають мезонам, баріонам та глюонам, можна записати так:

$$\begin{aligned}
 & -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1)}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_1}} - \left(\hat{H}_{\text{meson}}^{\text{internal}} \right)^2 \phi_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1) = 0, \\
 & -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1)}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_1}} - \left(\hat{H}_{\text{meson}}^{\text{internal}} \right)^2 \phi_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1) = 0, \\
 & i\gamma_{s_1 s_2}^{a_1} \frac{\partial \Psi_{s_2}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)}{\partial X^{a_1}} - \hat{H}_{\text{baryon}}^{\text{internal}} (\Psi_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)) = 0, \\
 & i \frac{\partial \bar{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)}{\partial X^{a_1}} \gamma_{s_1 s_2}^{a_1} + \hat{H}_{\text{baryon}}^{\text{internal}} (\bar{\Psi}_{s_2}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)) = 0, \\
 & -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 a_1(X, \mathbf{y}_1)}{\partial X^{a_1} \partial X^{a_2}} - \left(\hat{H}_{\text{glueball}}^{\text{internal}} \right)^2 (a_1(X, \mathbf{y}_1)) = 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де $\phi_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1)$, $\phi_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1)$, $\Psi_{s_2}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $\bar{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $a_1(X, \mathbf{y}_1)$ — багаточастинкові поля. Внутрішні гамільтоніани мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \hat{H}_{\text{meson}}^{\text{internal}} &= (2m) \hat{E} - \frac{1}{m} \Delta_{\mathbf{y}_1} + \frac{1}{3m} g^2 ((-a_0(\mathbf{y}_1)) + (-b_0(\mathbf{y}_1))), \\
 \hat{H}_{\text{baryon}}^{\text{internal}} &= 3m - \frac{1}{m} \Delta_{\mathbf{y}_2} - \frac{3}{4m} \Delta_{\mathbf{y}_1} + \\
 &+ \frac{g^2}{9m} \left((-a_0(\mathbf{y}_2)) + \left(-a_0 \left(\mathbf{y}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{y}_2 \right) \right) + \left(-a_0 \left(\mathbf{y}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{y}_2 \right) \right) \right), \\
 \left(\hat{H}_{\text{glueball}}^{\text{internal}} \right)^2 &= -4\Delta_{\mathbf{y}_1} + 2g^2 (-a_0(\mathbf{y}_1)) \hat{E}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Тут m — маса кварків (розглядається наближення, у якому кварки різних ароматів мають однакові маси), g — константа сильної взаємодії. Усі величини безрозмірені на відповідні ступені характерної довжини [1, 2]. Потенціальні енергії за рахунок множинників $(-a_0(\mathbf{y}_1))$ і $(-b_0(\mathbf{y}_1))$ забезпечують існування адронів як зв'язаних систем. Оскільки нашою метою є опис стабільних частинок, то як залежність від внутрішніх змінних природно вибрати власні функції внутрішніх гамільтоніанів, що відповідають мінімальним власним значенням і мають значення мас адронів, які позначатимемо M_{meson} — маса мезона, M_{baryon} — маса баріона та M_{glueball} — маса глюбола. Гамільтоніани в цьому випадку мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 \hat{H}_{\text{meson}}^{\text{internal}} (\psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1)) &= M_{\text{meson}} \psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1), \\
 \hat{H}_{\text{baryon}}^{\text{internal}} (\psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)) &= M_{\text{baryon}} \psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\
 \left(\hat{H}_{\text{glueball}}^{\text{internal}} \right)^2 (\psi_{\text{glueball}}(\mathbf{y}_1)) &= M_{\text{glueball}}^2 \psi_{\text{glueball}}(\mathbf{y}_1).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Тут $\psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1)$, $\psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $\psi_{\text{glueball}}(\mathbf{y}_1)$ позначені власні функції внутрішніх гамільтоніанів, які відповідають мінімальним власним значенням. Оскільки внутрішні гамільтоніани не мають змінних X^a , то ці функції можна помножити на довільні залежності від X^a . Тому польові функції багаточастинкових полів можна записати так:

$$\begin{aligned}
 \phi_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1) &= \Phi^*(X) \psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1), \\
 \phi_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1) &= \Phi(X) \psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1), \\
 \bar{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) &= \bar{\Psi}_{s_1}(X) \psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\
 \Psi_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) &= \Psi_{s_1}(X) \psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\
 a_1(X, \mathbf{y}_1) &= \phi_g(X) \psi_{\text{glueball}}(\mathbf{y}_1).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Враховуючи співвідношення (4), отримаємо, що залежності багаточастинкових полів від координат X^a

задовольняють рівняння:

$$\begin{aligned}
 -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \Phi^*(X)}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_1}} - (M_{\text{meson}})^2 \Phi^*(X) &= 0, \\
 -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \Phi(X)}{\partial X^{a_2} \partial X^{a_1}} - (M_{\text{meson}})^2 \Phi(X) &= 0, \\
 i\gamma_{s_1 s_2}^{a_1} \frac{\partial \Psi_{s_2}(X)}{\partial X^{a_1}} - M_{\text{baryon}} \Psi_{s_1}(X) &= 0, \\
 i \frac{\partial \bar{\Psi}_{s_1}(X)}{\partial X^{a_1}} \gamma_{s_1 s_2}^{a_1} + M_{\text{baryon}} \bar{\Psi}_{s_2}(X) &= 0, \\
 -g^{a_1 a_2} \frac{\partial^2 \phi_g(X)}{\partial X^{a_1} \partial X^{a_2}} - M_{\text{glueball}}^2 \phi_g(X) &= 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Ці рівняння цілком аналогічні рівнянням для одностинкових полів. Крім того, якщо для багаточастинкових полів $\phi_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1)$, $\phi_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1)$, $\Psi_{s_2}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $\bar{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $a_1(X, \mathbf{y}_1)$ побудувати лагранжіани, які породжують динамічні рівняння, а за ними за допомогою теореми Нетер — інтеграли руху, то після інтегрування за внутрішніми змінними отримаємо ті ж функціонали, що і для одностинкових полів $\Phi^*(X)$, $\Phi(X)$, $\bar{\Psi}_{s_1}(X)$, $\Psi_{s_1}(X)$, $\phi_g(X)$.

Для квантування багаточастинкових полів найбільш суттєвою обставиною є те, що перетворення просторово-часового зсуву ніяк не впливає на внутрішні змінні Якобі y_1^a, y_2^a , які перетворюються тривіально з перетворенням просторово-часового зсуву, і ніяк не впливає на залежність від внутрішніх змінних. Тому, переходячи до операторно-польових функцій

$$\begin{aligned}
 \hat{\phi}_{f_1 f_2}^*(X, \mathbf{y}_1) &= \hat{\Phi}^*(X) \psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1), \\
 \hat{\phi}_{f_1 f_2}(X, \mathbf{y}_1) &= \hat{\Phi}(X) \psi_{\text{meson}}^{f_1 f_2}(\mathbf{y}_1), \\
 \hat{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) &= \hat{\Psi}_{s_1}(X) \psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\
 \hat{\Psi}_{s_1}^{f_1 f_2 f_3}(X, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) &= \hat{\Psi}_{s_1}(X) \psi_{\text{baryon}}^{f_1 f_2 f_3}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\
 \hat{a}_1(X, \mathbf{y}_1) &= \hat{\phi}_g(X) \psi_{\text{glueball}}(\mathbf{y}_1),
 \end{aligned} \tag{6}$$

отримаємо, що оператори $\Phi^*(X)$, $\Phi(X)$, $\bar{\Psi}_{s_1}(X)$, $\Psi_{s_1}(X)$, $\phi_g(X)$ задовольняють ті ж співвідношення, що й оператори одночастинкових полів. Із цих співвідношень випливає, що позитивно-частотні коефіцієнти загальних розв'язків рівнянь після квантування можна розуміти як оператори народження адронів, а негативно-частотні розв'язки рівнянь — як оператори знищення адронів. Ці оператори змінюють числа заповнення багаточастинкових адронних станів. Тому, розглядаючи модель взаємодіючих баріонних, мезонних та глюольних полів ми досягаємо виконання закону збереження енергії-імпульсу для адронів, а не для частинок, що їх складають.

Отримані результати дозволяють застосувати діаграмну техніку для опису розсіяння протонів — як пружних, так і непружних — з утворенням псевдоскалярних мезонів. При цьому в лагранжіанах як вільних полів, так і в лагранжіанах взаємодії можна виконати інтегрування за внутрішніми змінними і звести таку теорію до формально одночастинкової. Тому розрахунок хронологічних спарювань і правила побудови амплітуди розсіяння не відрізняються від відповідних процедур у звичайній одночастинковій квантовій теорії поля. Отже, відкривається можливість спробувати описати експериментальні дані за процесами з адронами. Зокрема, в цій статті ми поставили собі за мету описати ефект немонотонності залежності диференціального перерізу пружного розсіяння протонів від квадрата переданого чотири-імпульсу. У вступі розглянуто наявні моделі, які описують цю немонотонність. З погляду фізичних механізмів, “відповідальних” за немонотонність, запропонована модель відрізняється тим, що ця “відповідальність” покладається на спінові ефекти. Тому наведемо попередні фізичні міркування, які пояснюють, чому спінові ефекти можуть приводити до немонотонності. При цьому врахуємо, що після інтегрування в лагранжіані за внутрішніми змінними поле, що описує народження і знищення протонів, можна трактувати як звичайне біспінорне поле.

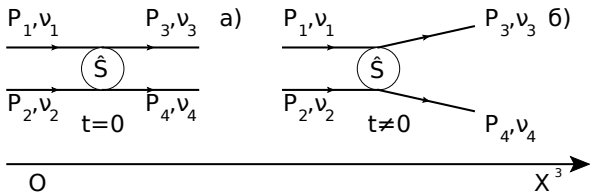


Рис. 1. Початковий і кінцевий стани пружного розсіяння протонів у випадку $t = 0$ (а) і $t \neq 0$ (б).

Проаналізуємо зіткнення протонів із чотири-імпульсами P_1 і P_2 і спіральностями, відповідно ν_1 і ν_2 (рис. 1). Унаслідок пружного розсіяння в s -каналі маємо два протони із чотири-імпульсами P_3 і P_4 і спіральностями ν_3 і ν_4 . Початковий стан позначатимемо $|P_1, \nu_1, P_2, \nu_2\rangle$, кінцевий — $|P_3, \nu_3, P_4, \nu_4\rangle$. Розгляньмо матричний елемент $\langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle$ опе-

ратора розсіяння \hat{S} між цими двома станами. Як відомо [37], для біспінорного поля під час розсіяння повинен зберігатися повний (у сенсі сума орбітального і спінового) момент імпульсу. Розгляньмо систему протонів, яка утворюється з вихідної системи шляхом оберту в площині змінних (X^a, X^b) на кут ω^{ab} . Оператор, компоненти повного моменту імпульсу, що зберігається внаслідок симетрії щодо зазначеного оберту позначимо \hat{M}^{ab} . Згідно з методом квантування полів [37], аналізуючи перетворення матричного елемента $\langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle$ під час оберту (X^a, X^b) , бачимо дві альтернативи. Або можемо піддати перетворенню оберту залежні й незалежні змінні польових операторів, або піддати стани дії операторів $\exp(i\hat{M}^{ab}\omega^{ab})$ і його ермітово-спряженого оператора. Оскільки в першому випадку лагранжіан і разом із ним оператор розсіяння не змінюються, маємо рівняння

$$\begin{aligned} & \langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle \\ &= \langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \exp(-i\hat{M}^{ab}\omega^{ab}) \hat{S} \\ & \times \exp(i\hat{M}^{ab}\omega^{ab}) | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Початковий і кінцевий стани в рівняння (7) можна розкласти за власними станами оператора \hat{M}^{ab} , і тоді з цього рівняння видно, що відмінними від нуля можуть бути тільки матричні елементи, що відповідають переходам між станами з однаковими власними значеннями оператора \hat{M}^{ab} . Проаналізуємо розсіяння вихідних протонів $|P_1, \nu_1, P_2, \nu_2\rangle$ в їхній системі центру мас. Окрім того, оберімо систему відліку так, щоб вісь X^3 була спрямована уздовж тривимірного імпульсу \mathbf{P}_1 стосовно системи центру мас (рис.1). Як компоненту тензора повного моменту імпульсу розгляньмо \hat{M}^{12} . Тоді, використовуючи явний вигляд оператору повного моменту імпульсу біспінорного поля [37], безпосереднім розрахунком можна перевірити, що стан $|P_1, \nu_1, P_2, \nu_2\rangle$ є власним станом оператора \hat{M}^{12} . При цьому орбітальна частина повного моменту імпульсу виражається через компоненти $P_1^1, P_1^2, P_2^1, P_2^2$, які, внаслідок вибору системи відліку, дорівнюють нулеві. У результаті внесок орбітального моменту у власне значення оператора \hat{M}^{12} дорівнює нулеві. Саме в цьому сенсі тут і вище ми використовуємо вислів “спінові ефекти”. Спіновий внесок у власне значення \hat{M}^{12} дорівнює сумі $\nu_1 + \nu_2$. Якщо $t = 0$ (рис.1), то імпульси частинок у кінцевому стані спрямовані так само, як і в початковому і тому цей стан так само є власним для \hat{M}^{12} . При цьому власне значення дорівнюватиме $\nu_3 + \nu_4$. Отже за $t = 0$ рівняння (7) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} & \langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle \\ &= \exp\{i((\nu_1 + \nu_2) - (\nu_3 + \nu_4))\omega^{ab}\} \\ & \times \langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Із співвідношення (8) видно, що за умови $\nu_1 + \nu_2 \neq \nu_3 + \nu_4$ рівняння можна розв'язати, якщо матричний

елемент $\langle P_3, \nu_3, P_4, \nu_4 | \hat{S} | P_1, \nu_1, P_2, \nu_2 \rangle$ дорівнюватиме нулеві. Разом із цим матричним елементом, при $t = 0$, дорівнюватиме нулю і внесок процесів з $\nu_1 + \nu_2 \neq \nu_3 + \nu_4$ в диференціальний переріз пружного розсіяння.

Якщо $t \neq 0$ (рис. 1(б)), то стан $|P_3, \nu_3, P_4, \nu_4\rangle$ був би власним станом для компоненти тензора \hat{M}'^{12} , віднесеної до системи відліку, в якій вісь X^3 була б спрямованою уздовж імпульсу \mathbf{P}_3 стосовно системи центру мас. Оскільки згідно з тензорним законом перетворення оператор \hat{M}'^{12} виражається не тільки через \hat{M}^{12} , а й через решту компонент тензора \hat{M}^{ab} та він не комутує з \hat{M}^{12} . Відтак за $t \neq 0$ кінцевий стан $|P_3, \nu_3, P_4, \nu_4\rangle$ вже не є власним для компоненти \hat{M}^{12} . Але якщо $|P_3, \nu_3, P_4, \nu_4\rangle$ розкласти за власними станами \hat{M}^{12} , то навіть за умови $\nu_1 + \nu_2 \neq \nu_3 + \nu_4$ в розкладі будуть, узагалі кажучи, наявні внески від усіх власних станів \hat{M}^{12} , зокрема й від того, що відповідає власному значенню $\nu_1 + \nu_2$. Тоді рівняння (7) можна розв'язати вже за ненульового значення матричного елемента оператора розсіяння. Отже, процеси з $\nu_1 + \nu_2 \neq \nu_3 + \nu_4$ дають нульовий внесок у диференціальний переріз пружного розсіяння за $t = 0$ і ненульовий за $t \neq 0$. Тобто такі процеси спричиняють появу в диференціальному перерізі внеску, який принаймні за малих за модулем значень t зростатиме за модулем зі зростанням $|t|$. Комбінація цього щораз більшого внеску зі спадаючим від решти процесів може призводити до немонотонної поведінки диференціального перерізу.

У межах реджійного підходу внесок процесів із зміною спіральності ("spin-flip") у диференціальний переріз пружного розсіяння розглято в працях [38–40].

В експерименті справді спостерігався зростаючий внесок у диференціальний переріз [41–43]. Проте, на основі цих експериментів неможливо стверджувати, що цей внесок пов'язаний саме зі зміною сумарної спіральності. Це залежить від того, що вимірюються внески в спінову матрицю переходу $\hat{M}(\mathbf{p}', \mathbf{p})$, яка визначається, наприклад, в [44] (\mathbf{p}' і \mathbf{p} — відносні імпульси розсіяних та початкових протонів в їхній системі центру мас). Визначення цієї матриці в [44] передбачає підсумування за спіральностями частинок у кінцевому стані. Отже, процеси зі незбереженням спіральності зміщуються з рештою процесів розсіяння. Окрім того, експерименти [41–43] проводилися за низьких енергій, коли ефект немонотонності залежності диференціального перерізу від квадрата переданого чотири-імпульсу не проявляється, тому неможливо з'ясувати роль зростаючих внесків в ефекті немонотонності. При цьому опис розсіяння за допомогою матриці $\hat{M}(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ є нерелятивістським [45]. Але застосування нерелятивістського підходу за енергій, що розглядалися в [41–43], на нашу думку, викликає питання.

За високих енергій, коли ефект немонотонності вже проявляється, наявні вимірювання приводять до висновку, що описані процеси дають ненульовий внесок у диференціальний переріз [46]. На жаль, виділити

цей внесок і експериментально з'ясувати його роль в ефекті немонотонності, з наявних експериментальних даних швидше за все неможливо. Причиною цього є те, що параметри, які вимірюються [47–49], виражаються через певні комбінації диференціальних перерізів процесів з різними орієнтаціями спінів протонів у початковому стані. Отже, ці величини є просумованими за спіральностями частинок у кінцевому стані. Тому після такого підсумування внесок процесів "spin-flip" може вивчатися експериментально лише за певних припущень щодо інших спіральних амплітуд, а також припущеннях щодо вигляду залежності експериментально спостережних величин і в певному інтервалі значень t [50, 51]. Таким чином, наведені експериментальні дані, хоча й не можуть розглядатися як підтвердження викладеного вище припущення про спіновий механізм немонотонності залежності диференціального перерізу пружного розсіяння протонів, водночас не заперечують цього механізму.

У цій статті ми робимо спробу описати результат вимірювання диференціального перерізу в експериментах з неполяризованими потоками протонів. Тому початковий та кінцевий спінові стани описано за допомогою спінової матриці густини. Наведений вище механізм у такому розрахунку, як і в експерименті, "змішаний" з іншими явищами. Для того щоб перевірити наше припущення, що в моделі, яка розглядається, за немонотонність перерізу відповідають спінові ефекти, ми провели аналогічний розрахунок для розсіяння гіпотетичних скалярних частинок із масами, що дорівнюють масі протона. Цей розрахунок привів до монотонно спадаючої залежності диференціального перерізу від t .

Наведені в цьому розділі формули можуть виглядати дещо незвично, тому коротко їх прокоментуємо. У роботі [52] було висловлено міркування на користь того, що аргументи багаточастинкових компонент фоківських стовпців у різних інерційних системах відліку не можуть бути пов'язані між собою якимись співвідношеннями, наприклад, перетвореннями Лоренца. Це пояснюємо тим, що для системи взаємодіючих частинок вимірювання, наприклад їх радіус-векторів повинне відбуватися одночасно відносно того спостерігача, який це вимірювання проводить. Тому різні спостерігачі мають користуватися різними реалізаціями процесу вимірювання, і тому результати вимірювань різних спостерігачів формуються різними наборами рідий, тоді як перетворення Лоренца, як відомо, пов'язують просторово-часові координати однієї й тієї ж події щодо різних спостерігачів. Тому в усіх наведених вище формулах внутрішні координати u_1, u_2 в різних системах відліку ніяк незалежні. Четвірки координат X^0, X^1, X^2, X^3 в різних інерційних системах відліку пов'язуються законом перетворення контраваріантного чотиривектора стосовно перетворень Лоренца. При цьому, як показано в [52], такий закон не є наслідком зв'язку між просторово-часовими координатами частинок, якого, як уже зазначено, у нашому випадку нема. Він є наслідком аналогії закону перетворення під час переходу до іншої інерційної системи

відліку оператора часової еволюції на просторі Фока [52] і закону перетворення одночастинкового польового оператора [37]. Як показано в [52], власні функції внутрішніх гамільтоніанів (3), що відповідають найменшим власним значенням, однаково залежать від своїх аргументів у різних системах відліку. Ця обставина, як показано в [1, 2], дозволяє стверджувати, що описана динамічна модель узгоджується з принципом відносності.

Ще одна обставина, яка, мабуть, потребує коментарів, — це нерелятивістський вигляд внутрішніх гамільтоніанів (2). Той факт, що мезони й баріони складаються з певної кількості конститuentних кварків (антикварків), дозволяє припустити, що нерелятивістське наближення для опису внутрішніх станів мезонів і баріонів може бути допустимим вихідним пунктом. При цьому, за необхідності, така модель може уточнюватись. Однією з можливостей уточнення може бути врахування певної кількості релятивістських поправок до внутрішніх гамільтоніанів. Іншою можливістю, якщо потрібно врахувати багаточастинкові релятивістські ефекти типу партонної моделі, може бути розгляд складних діаграм у межах методу багаточастинкових полів. Приклад такої діаграми показано на рис. 2.

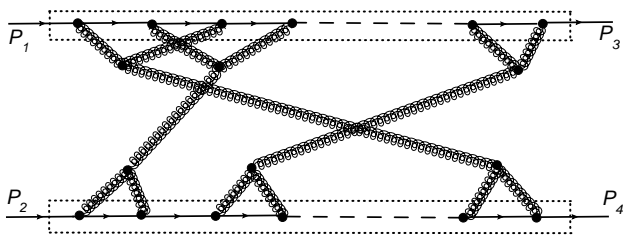


Рис. 2. Приклад діаграми пружного розсіяння протонів з чотири-імпульсами P_1 і P_2 фізично еквівалентної партонної моделі. Прямі лінії відповідають баріонам (протонам). Подвійні лінії зображують глюболи. Пунктирні прямокутники акцентують увагу на тому, що взаємодія відбувається між певними кількостями партонів з боку кожного баріона.

Звичайно, дослідження діаграм типу рис. 2 є складною задачею і тому, на нашу думку, варто спочатку визначити, що може дати з погляду опису експерименту розгляд значно простіших діаграм. Наприклад, таких, які будуть проаналізовані в наступному розділі (рис. 3).

Також звернімо увагу на внутрішній гамільтоніан глюбола в (2). Він теж має нерелятивістський вигляд. Можливість нерелятивістського опису в цьому випадку може бути обґрунтована тим, що глюони в глюболі перебувають у зв'язаному стані, тобто в обмеженій ділянці простору. Тому середній квадрат імпуль-

су, а відтак і середній квадрат енергії такого зв'язаного глюона не дорівнюватиме нулеві [1, 2]. Тому народження такого зв'язаного глюона має певний енергетичний поріг подібно до частинок із ненульовою масою. Оскільки утримання глюонів в обмеженій ділянці простору відбувається за рахунок сильної взаємодії, то й характерний розмір цієї ділянки повинен бути близько радіуса цієї взаємодії. Тоді за аналогією з моделлю Юкави, енергетичний поріг народження зв'язаного глюона повинен бути близько маси піона, яка за величиною збігається з масами конститuentних кварків. Тому в цьому сенсі опис зв'язаних глюонів може мало відрізнятися від опису зв'язаних кварків. Опосередковано про це говорить схожість властивостей глюоболів і кварк-антикваркових систем [53–57]. Найявністю енергетичного порога народження зв'язаних глюонів приводить до того, що якщо енергія взаємодії глюонів у глюболі менша за цей поріг, то нові зв'язані глюони народжуватися не зможуть і ми матимемо систему з фіксованою кількістю частинок. Як уже зазначено вище, таку систему, принаймні в початковому наближенні, можна спробувати розглядати як нерелятивістську.

III. РОЗРАХУНОК ВНЕСКУ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИЙ ПЕРЕРІЗ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ ВІД НАЙПРОСТІШОЇ ДІАГРАМИ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ

Застосуємо вище згадані багаточастинкові поля для розрахунку диференціального перерізу пружного розсіяння протонів $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ за квадратом переданого чотири-імпульсу t . Залежність $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ від t добре відома з багатьох експериментів [28, 58, 59] і має характерний вигляд з різким спадом за малих значеннях $|t|$ і немонотонною поведінкою за великих $|t|$. Після квантування з урахуванням представлення (4) в лагранжіані взаємодії можна проінтегрувати за внутрішніми змінними. Відтак маємо модель полів $\hat{\Psi}_{s_1}(X)$ і $\hat{\Psi}_{s_2}(X)$, які взаємодіють з полем $\hat{\phi}_g(X)$. Після інтегрування за внутрішніми змінними в лагранжіані взаємодії отримаємо:

$$S_{\text{int}} = G \int d^4X \left(\hat{\Psi}_s(X) \hat{\Psi}_s(X) \hat{\phi}_g(X) \right), \quad (9)$$

де $\hat{\Psi}_{s_1}(X)$ — позитивно-частотний оператор поля, який відповідає за народження протона, а $\hat{\Psi}_{s_2}(X)$ — негативно-частотний оператор поля, який відповідає за знищення протона. Ефективна константа зв'язку G містить константу $(g^2/9m)$ і розглядається як підгінний параметр. У межах моделі розрахуємо амплітуду пружного розсіяння протонів за допомогою теорії збурень із застосуванням діаграмної техніки Р. Фейнмана.

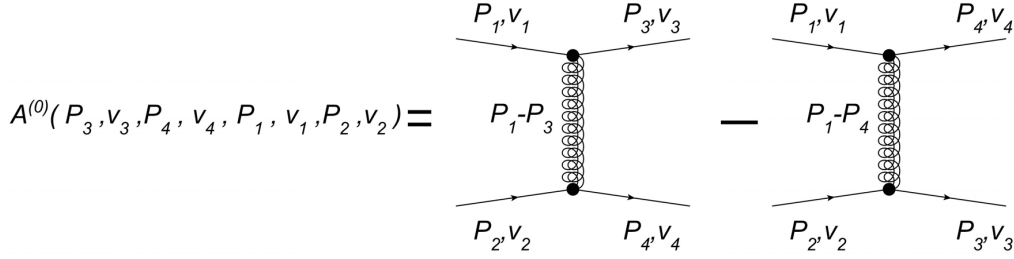


Рис. 3. Найпростіші діаграми пружного розсіяння з лагранжіаном взаємодії (9).

Розгляньмо найпростішу діаграму пружного розсіяння рис. 3. Прямі лінії відповідають протонам, хронологічне спарювання операторів $\hat{\phi}_g(X)$, яке зіставляється з подвійною лінією двоґлюонним зв'язаним станом) P_1, P_2 — чотири-імпульси вихідних протонів, P_3, P_4 — чотири-імпульси протонів після розсіяння,

$\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ — початкові й кінцеві спіральності протонів, $A^{(0)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2)$ — внесок від діаграми в амплітуду розсіяння. Аналітичний вираз для внеску в амплітуду розсіяння, що відповідає діаграмі, на рис. 3 має вигляд:

$$\begin{aligned}
 & A^{(0)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2) \\
 &= \frac{-iG^2}{(2\pi)^2} \left(\frac{\left((\bar{v}_{\nu_4}^+(P_4))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right) \left((\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right)}{M_g^2 - (P_4 - P_1)^2 - i\varepsilon} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\left((\bar{v}_{\nu_4}^+(P_4))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right) \left((\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right)}{M_g^2 - (P_3 - P_1)^2 - i\varepsilon} \right). \tag{10}
 \end{aligned}$$

Тут $(v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1}, (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2}, (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_2}, (\bar{v}_{\nu_4}^+(P_4))_{s_1}$ — компоненти відповідних розв'язків рівняння Дірака. Внаслідок громіздкості змінено позначення M_{glueball} на економніше M_g , яким позначимо масу зв'язаного стану двох ґлюонів. Разом з ефективною константою зв'язку G маса ґлюобла M_g буде ще одним підґінним параметром розгляданої моделі. Решта позначень у (10) відповідає рис. 3.

Маючи амплітуду (10), можна розрахувати наближене значення диференціального перерізу пружного розсіяння, яке з точністю до константи збігатиметься із квадратом модуля амплітуди [36, 60]. При цьому зазвичай експерименти з розсіяння проводяться з неполяризованими потоками протонів [28, 58, 59]. Цей факт можна врахувати, усереднюючи квадрат модуля амплітуди пружного розсіяння зі спіновою матрицею густини [36, 60]. Після такого усереднення виявляється, що значення підґінної константи M_g можна обрати таким, що модель може описати немонотонний характер залежності $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ від t , але повністю ця залежність не відтвориться навіть на рівні якісного збігу. А саме, графік залежності $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ від t після спадаючої ділянки містить зростаючу, яка замість того, щоб переходити знов у спадаючу, виходить на постійну асимптотику. Вочевидь, внеску від найпростішої діаграми на рис. 3 замало, щоб описати

пружне розсіяння протонів. Тому окрім внеску (10), в амплітуді розсіяння були враховані інші внески, що потребують більш складного розрахунку. Замість розрахунку діаграм з петлями, були розглянуті внески, що виникають унаслідок унітаризації внеску, визначеного співвідношенням (10). Враховуючи результати праць [61–63], можна очікувати, що суттєвим буде внесок у праву частину умови унітарності від непружних процесів. Однак його врахування потребує громіздкіших обчислень, тому ми поки що обмежилися врахуванням лише пружного внеску.

IV. РОЗРАХУНОК ВНЕСКУ В АМПЛІТУДУ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ ПРОТОНІВ ВІД СТРИБКІВ НА РОЗРІЗАХ, ЩО ВІДПОВІДАЮТЬ ПОРОВОЇЙ ТОЧЦІ РОЗГАЛУЖЕННЯ ДЛЯ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ

Окрім внеску в амплітуду розсіяння, що відповідає діаграмі на рис. 3, був також врахований внесок від його унітаризації [7, 60]. Позначаючи цей внесок як $A^{(1)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2)$ та виходячи з умови унітарності, матимемо:

$$\begin{aligned}
 & \left(A^{(1)}(P_1, \nu_1, P_2, \nu_2; P_3, \nu_3, P_4, \nu_4) \right)^* - A^{(1)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2) \\
 &= \sum_{\mu_3 \mu_4} \int \frac{d\mathbf{Q}_3}{(2\pi)^3 2\sqrt{M_p^2 + \mathbf{Q}_3^2}} \frac{d\mathbf{Q}_4}{(2\pi)^3 2\sqrt{M_p^2 + \mathbf{Q}_4^2}} \delta((P_3 + P_4) - (Q_3 + Q_4)) \\
 & \times A^{(0)}(Q_3, \mu_3, Q_4, \mu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2) A^{(0)*}(Q_3, \mu_3, Q_4, \mu_4; P_3, \nu_3, P_4, \nu_4).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Тут M_p — маса протона, $A^{(0)}$ — внесок в амплітуду розсіяння від різниці діаграм на рис. 3, що визначається формулою (10), δ — дельта-функція Дірака. Інтегрування проводимо за чотири-імпульсами частинок Q_3 і Q_4 в проміжному стані з урахуванням умови масової поверхні. Також підсумовуємо за спіральностями μ_3, μ_4 частинок у проміжному стані. Решту внесків від непружних процесів поки що не було розраховано через обчислювальні труднощі. Подальший розрахунок розглянемо щодо системи центра мас вихідних

протонів з чотири-імпульсами P_1 і P_2 .

Проаналізуємо інтеграл від добутку $A^{(0)}(Q_3, \mu_3, Q_4, \mu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2) \times A^{(0)*}(Q_3, \mu_3, Q_4, \mu_4; P_3, \nu_3, P_4, \nu_4)$, що входить у праву частину рівняння (11). Позначатимемо далі цей інтеграл D^{elastic} . Враховуючи вираз (10), який складається з двох доданків, що описують ферміонні властивості квантів біспінорного поля, бачимо, що D^{elastic} природно розбивається на чотири доданки $(\frac{2\pi}{G})^4 D^{\text{elastic}} = D_1^{\text{elastic}} + D_2^{\text{elastic}} + D_3^{\text{elastic}} + D_4^{\text{elastic}}$.

$$\begin{aligned}
 D_1^{\text{elastic}} &= \sum_{\mu_3 \mu_4} \int \frac{d\mathbf{Q}_3}{(2\pi)^3 2Q_{30}} \frac{d\mathbf{Q}_4}{(2\pi)^3 2Q_{40}} \delta((P_3 + P_4) - (Q_3 + Q_4)) \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_{11}}^* (v_{\nu_3}^-(P_3))_{s_{11}}^* \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_{12}}^* (v_{\nu_4}^-(P_4))_{s_{12}}^* \right)}{M_g^2 - (Q_4 - P_3)^2 - i\varepsilon} \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right)}{M_g^2 - (Q_4 - P_1)^2 - i\varepsilon},
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 D_2^{\text{elastic}} &= - \sum_{\mu_3 \mu_4} \int \frac{d\mathbf{Q}_3}{(2\pi)^3 2Q_{30}} \frac{d\mathbf{Q}_4}{(2\pi)^3 2Q_{40}} \delta((P_3 + P_4) - (Q_3 + Q_4)) \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right)}{M_g^2 - (Q_3 - P_1)^2 - i\varepsilon} \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_{11}}^* (v_{\nu_3}^-(P_3))_{s_{11}}^* \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_{12}}^* (v_{\nu_4}^-(P_4))_{s_{12}}^* \right)}{M_g^2 - (Q_4 - P_3)^2 - i\varepsilon},
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 D_3^{\text{elastic}} &= - \sum_{\mu_3 \mu_4} \int \frac{d\mathbf{Q}_3}{(2\pi)^3 2Q_{30}} \frac{d\mathbf{Q}_4}{(2\pi)^3 2Q_{40}} \delta((P_3 + P_4) - (Q_3 + Q_4)) \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_{12}}^* (v_{\nu_4}^-(P_4))_{s_{12}}^* \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_{11}}^* (v_{\nu_3}^-(P_3))_{s_{11}}^* \right)}{M_g^2 - (Q_3 - P_3)^2 - i\varepsilon} \\
 & \times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right)}{M_g^2 - (Q_4 - P_1)^2 - i\varepsilon},
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 D_4^{\text{elastic}} &= \sum_{\mu_3\mu_4} \int \frac{d\mathbf{Q}_3}{(2\pi)^3 2Q_{30}} \frac{d\mathbf{Q}_4}{(2\pi)^3 2Q_{40}} \delta((P_3 + P_4) - (Q_3 + Q_4)) \\
 &\times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_{12}}^* (v_{\nu_4}^-(P_4))_{s_{12}}^* \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_{11}}^* (v_{\nu_3}^-(P_3))_{s_{11}}^* \right)}{M_g^2 - (Q_3 - P_3)^2 - i\varepsilon} \\
 &\times \frac{\left((\bar{v}_{\mu_4}^+(Q_4))_{s_2} (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} \right) \left((\bar{v}_{\mu_3}^+(Q_3))_{s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \right)}{M_g^2 - (Q_3 - P_1)^2 - i\varepsilon}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Розрахунок виразів (12)–(15) має громіздкий вигляд і не буде викладений далі у статті. Внаслідок наявності в моделі біспінорних полів амплітуда пружного розсіяння виражається не тільки через Лоренц-інваріанти $s = (P_1 + P_2)^2$, $t = (P_1 - P_3)^2$, $u = (P_1 - P_4)^2$, але й через інваріанти, побудовані з матриць Дірака і розв'язків рівнянь Дірака, для яких ми ввели позначення:

$$\begin{aligned}
 L_+(P_3, P_1) &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_{21}} \gamma_{s_{21}s_1}^0 (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} + M_P (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_{21}} \delta_{s_{21}s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \\
 L_-(P_3, P_1) &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_{21}} \gamma_{s_{21}s_1}^0 (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} - M_P (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_{21}} \delta_{s_{21}s_1} (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1} \\
 L_2((P_4, P_2), (P_3, P_1)) &\equiv (\bar{v}_{\nu_4}^+(P_4))_{s_{22}} \gamma_{s_{22}s_2}^2 (v_{\nu_2}^-(P_2))_{s_2} (\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3))_{s_{21}} \gamma_{s_{21}s_1}^2 (v_{\nu_1}^-(P_1))_{s_1},
 \end{aligned} \tag{16}$$

де $v_{\nu_1}^-(P_1)$ — негативно-частотний розв'язок рівняння Дірака, $\bar{v}_{\nu_3}^+(P_3)$ — позитивно-частотний розв'язок діраківськи-спряженого рівняння. Аналогічні позначення L_+ і L_- будуть і для чотири-імпульсів P_4, P_2 .

Для подальшого розгляду зручно ввести нові позначення для інваріантів (16)

$$\begin{aligned}
 I_1 &= (L_+(P_4, P_1))^2, I_2 = (L_+(P_3, P_1))^2, I_3 = (L_-(P_4, P_1))^2, \\
 I_4 &= (L_-(P_3, P_1))^2, I_5 = L_+(P_3, P_1) L_-(P_3, P_1), \\
 I_6 &= L_+(P_4, P_1) L_-(P_4, P_1), I_7 = L_2(P_3, P_1) L_2(P_4, P_2).
 \end{aligned} \tag{17}$$

Якщо права частина умови унітарності (11) є лінійною комбінацією інваріантів I_k (17), то й ліва також повинна бути лінійною комбінацією тих самих інваріантів. Тобто унітаризовану амплітуду $A^{(1)}(P_1, \nu_1, P_2, \nu_2; P_3, \nu_3, P_4, \nu_4)$ будемо шукати у вигляді:

$$A^{(1)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2) = \sum_{k=1}^7 A_k^{(1)}(s, t, u) I_k, \tag{18}$$

де $A_k^{(1)}(s, t, u)$ — коефіцієнти розкладу, які ми збираємося знайти завдяки їхнім аналітичним властивостям. Ці властивості є наслідком умови унітарності.

Підставляючи розклад (18) в (11), бачимо, що операція заміни початкового й кінцевого станів розсіяння між собою з наступним комплексним спряженням, яка є в лівій частині умови унітарності (11), переводить інваріанти I_k самих у себе, а коефіцієнти $A_k^{(1)}(s, t, u)$ — у комплексно спряжені функції. Тому, виходячи з умови унітарності, за своїми аналітичними властивостями кожна з функцій $A_k^{(1)}(s, t, u)$ аналогічна амплітуді розсіяння частинок із нульовим спіном. Зокрема, нижче порога пружного розсіяння за $\sqrt{s} < 4M_p^2$ функції $A_k^{(1)}(s, t, u)$ повинні

набувати дійсних значень. Наслідком цього є властивість дійсної аналітичності [60] кожної з функцій $A_k^{(1)}(s, t, u)$. Тобто, якщо розглянути аналітичне подовження $A_k^{(1)}(s, t, u)$ в площину комплексної змінної s , то у взаємно спряжених точках функції $A_k^{(1)}(s, t, u)$ повинні приймати комплексно спряжені значення. Наслідком цієї властивості [60] є те, що точка $\sqrt{s} = 4M_p^2$ є точкою розгалуження для кожної з функцій $A_k^{(1)}(s, t, u)$. Застосовуючи до $A_k^{(1)}(s, t, u)$ інтегральну формулу Коші [64], отримаємо:

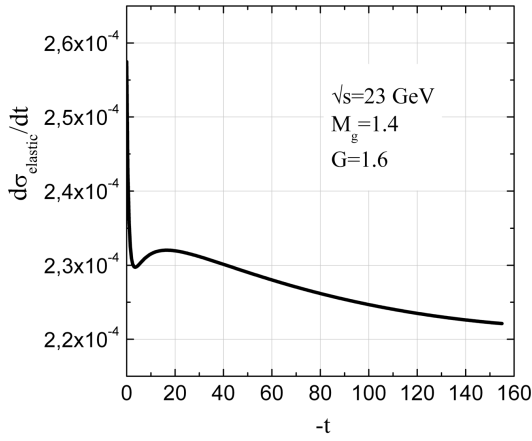
$$A_k^{(1)}(s, t, u) = \frac{1}{\pi} (G/(2\pi))^4 \int_{4M_p^2}^{+\infty} \frac{D_k(s', t)}{s' - s - i\varepsilon} ds'. \tag{19}$$

Величину $D_k(s', t)$ знайдено з виразів (12)–(15), і відповідні інтеграли з (19) були обчислені. Відтак знайдено внесок $A^{(1)}(P_1, \nu_1, P_2, \nu_2; P_3, \nu_3, P_4, \nu_4)$ (18) і додано до полюсного внеску $A^{(0)}(P_3, \nu_3, P_4, \nu_4; P_1, \nu_1, P_2, \nu_2)$ (10), що обговорювався в попередньому розділі.

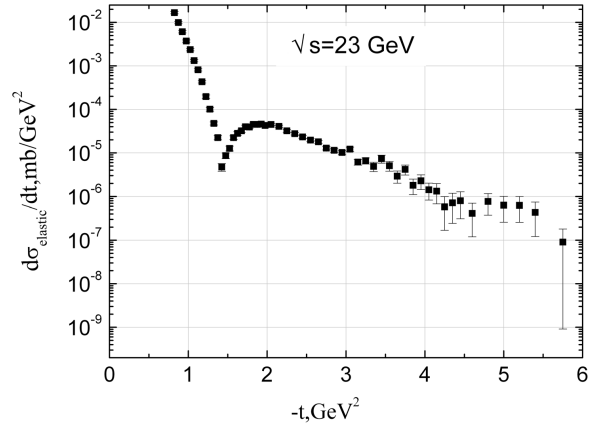
Далі квадрат модуля знайденої амплітуди усереднено зі спіноюю матрицею густини. Розрахунки проведено за різних значень енергій \sqrt{s} . Деякі з цих

розрахунків наведено на рис. 4. У наших розрахунках застосовано два підгінні параметри: масу глюбола $M_g = 1.4$ та ефективну константу зв'язку $G = 1.6$. Ці значення обрано з таких міркувань, щоб найчіткі-

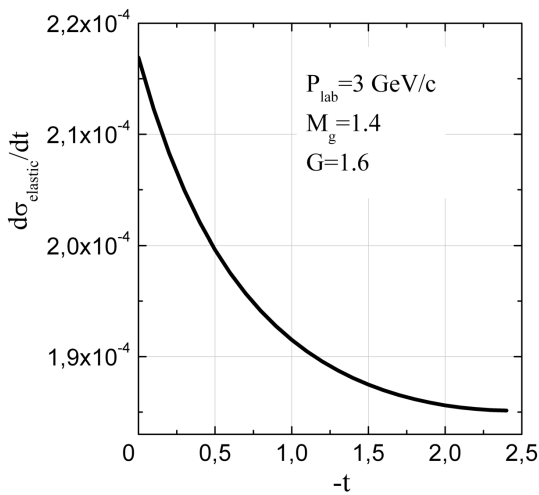
ше проявити якісні особливості. На жаль, опис експерименту отримано лише на рівні якісного збігу, а не кількісного.



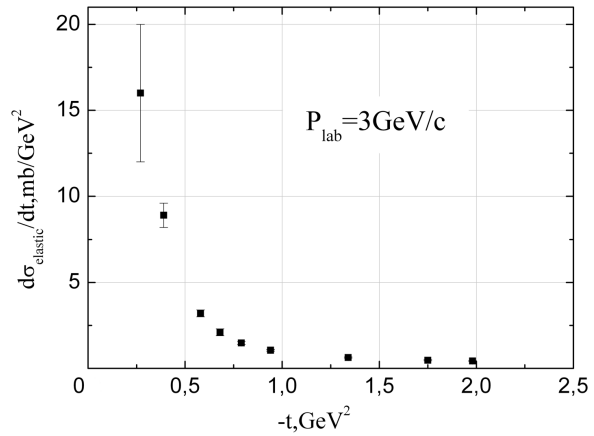
а)



б)



в)



г)

Рис. 4. Порівняння залежності диференціального перерізу $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ від квадрата переданого чотири-імпульсу t за енергії $\sqrt{s}=23$ GeV (а) та $\sqrt{s}=2.8$ GeV ($P_{\text{lab}} = 3$ GeV/c) (в), розрахованих за описаною моделлю (t знерозмірено на квадрат маси протона, а $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ — на обернений квадрат маси протона) з експериментами (б) та (г) [28, 58, 59].

Водночас з рис. 4 видно, що модель описує зміну характеру залежності $d\sigma_{\text{elastic}}/dt$ від $(-t)$ з монотонно спадаючої на немонотонну зі зростанням енергії \sqrt{s} . Неможливість досягти кількісного опису експерименту, на нашу думку, пов'язана з тим, що не були враховані внески непружних процесів у праву частину умови унітарності (11). Водночас, якісний збіг дозволяє зробити висновок, що фізичною причиною немонотонності залежності $d\sigma^{\text{elastic}}/dt$ від $(-t)$ у розглянутій моделі є спінові ефекти.

Для перевірки цього висновку, як уже зазначалося вище, ми повторили розрахунок, аналогічний описаному, але для скалярного поля з тією ж масою. При

цьому ми отримали за всіх енергій суто монотонне спадання. Розглядаючи внески непружних процесів у праву частину умови унітарності (11), ми матимемо велику кількість внесків від діаграм із біспінорними частинками, які міститимуть ті ж інваріанти, що і для розглянутих діаграм, але вони можуть привести до різкішого спаду перерізу зі зростанням $(-t)$, що й потрібно для опису експерименту. Врахування внеску $A^{(1)}$ поліпшило ситуацію порівняно з урахуванням лише внеску $A^{(0)}$. Можливо, подальше врахування внесків від непружних процесів поліпшить результат до кількісного збігу.

V. ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ І ВИСНОВКИ

Продемонстровано, як метод багаточастинкових полів може застосовуватися для опису розсіяння адронів. Тут ми розглянули лише пружне розсіяння, але так само можна розглядати й непружні процеси взаємодії протонних полів із двочастинковим глюонним полем, яке, взаємодіючи з мезонними полями, породжуватиме вторинні частинки. Метод багаточастинкових полів дозволив отримати динамічну модель, яка приводить до скінченного значення диференці-

ального перерізу за нульової передачі імпульсу. Розрахунок за теорією збурень КХД через глюонний пропатор приводив би до нескінченного значення амплітуди розсіяння при $t = 0$. Скінчене значення перерізу з'являється, наприклад, у реджіонних моделях [7, 60], але в них воно є результатом постулювання виду адрон-реджіонної вершини, а не наслідком якоїсь динамічної моделі. Збіг на рівні відтворення якісної поведінки диференціального перерізу дозволяє зробити висновок, що за його немонотонність відповідають спінові властивості протонів.

- [1] N. Chudak *et al.*, Phys. J. **2**, 181 (2016).
- [2] Y. V. Volkotrub *et al.*, arXiv:1510.01937 (2015).
- [3] Р. Фейнман, *Взаимодействие фотонов с адронами* (Мир, Москва, 1975).
- [4] S. Forte, G. Watt, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**, 291 (2013); <https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102212-170607>.
- [5] L. L. Jenkovszky, A. Nagy, S. M. Troshin, J. Turóci, N. E. Tyurin, Int. J. Mod. Phys. A **25**, 5667 (2010); <https://doi.org/10.1142/S0217751X10051104>.
- [6] P. D. B. Collins, *An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics, Cambridge Monographs on Mathematical Physics* (Cambridge University Press, 1977); <https://doi.org/10.1017/CB09780511897603>.
- [7] Ю. П. Никитин, И. Л. Розенталь, *Ядерная физика высоких энергий* (Атомиздат, Москва, 1980).
- [8] M. Baker, K. Ter-Martirosyan, Phys. Rep. **28**, 1 (1976); [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(76\)90002-8](https://doi.org/10.1016/0370-1573(76)90002-8).
- [9] J. R. Cudell *et al.*, Phys. Rev. D **65**, 074024 (2002); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.074024>.
- [10] M. Froissart, Phys. Rev. **123**, 1053 (1961); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.123.1053>.
- [11] D. Amati, A. Stanghellini, S. Fubini, Nuovo Cim. **26**, 896 (1962); <https://doi.org/10.1007/BF02781901>.
- [12] V. Fadin, E. Kuraev, L. Lipatov, Phys. Lett. B **60**, 50 (1975); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(75\)90524-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90524-9).
- [13] Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, Журн. эксп. теор. физ. **72**, 377 (1977).
- [14] В. А. Абрамовский, В. Н. Грибов, О. В. Канчели, Яд. физ. **18**, 595 (1973).
- [15] Л. Н. Липатов, Усп. физ. наук **178**, 663 (2008); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0178.200806m.0663>.
- [16] М. Г. Козлов, А. В. Резниченко, В. С. Фадин, Вест. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физ. **2**, 3 (2007).
- [17] І. В. Шарф *та ін.*, Укр. фіз. журн. **56**, 1151 (2011).
- [18] I. Sharph *et al.*, Centr. Eur. J. Phys. **10**, 858 (2012); <https://doi.org/10.2478/s11534-012-0056-5>.
- [19] L. L. Jenkovszky, A. N. Wall, Czech. J. Phys. B **26**, 447 (1976); <https://doi.org/10.1007/BF01587265>.
- [20] А. Валл, Л. Енковский, Б. Струминский, Физ. элем. част. атом. ядра **19**, 181 (1988).
- [21] R. Fiore, L. L. Jenkovszky, F. Passanoni, A. Prokudin, Phys. Rev. D **68**, 014005 (2003); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.68.014005>.
- [22] D. A. Fagundes, L. Jenkovszky, E. Q. Miranda, G. Pancheri, P. V. R. G. Silva, Int. J. Mod. Phys. A **31**, 1645022 (2016); <https://doi.org/10.1142/S0217751X16450226>.
- [23] E. Martynov, Phys. Rev. D **76**, 074030 (2007); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.074030>.
- [24] E. Martynov, Phys. Rev. D **87**, 114018 (2013); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.114018>.
- [25] К. Тер-Мартirosян, *Итоги развития реджевской схемы и эксперимент* (МИФИ, Москва, 1975).
- [26] T. T. Chou, C. N. Yang, Phys. Rev. D **19**, 3268 (1979); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.19.3268>.
- [27] C. Bourrely, J. Soffer, T. T. Wu, Nucl. Phys. B **247**, 15 (1984); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(84\)90369-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(84)90369-9).
- [28] E. Nagy *et al.*, Nucl. Phys. B **150**, 221 (1979); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(79\)90301-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90301-8).
- [29] A. Alkin, E. Martynov, O. Kovalenko, S. M. Troshin, Phys. Rev. D **89**, 091501 (2014); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.091501>.
- [30] K. A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014); <https://doi.org/10.1088/1674-1137/38/9/090001>.
- [31] D. Favart, in *3rd Topical Workshop on Proton-Antiproton Collider Physics, Rome (CERN-1983-004)*, 1983, p. 270; <http://cds.cern.ch/record/868675>.
- [32] N. Amos *et al.*, Phys. Lett. B **20**, 460 (1983); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90487-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90487-2).
- [33] S. L. Bultmann *et al.*, Phys. Lett. B **579**, 245 (2004); <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.11.023>.
- [34] G. Antchev *et al.*, Europhys. Lett. **101**, 21002 (2013); <https://doi.org/10.1209/0295-5075/101/21002>.
- [35] G. Aad *et al.*, Nucl. Phys. B **889**, 486 (2014); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2014.10.019>.
- [36] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика. Квантовая электродинамика. Том 4* (ФМЛ, Москва, 2002).
- [37] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей, 4-е изд.* (Наука, Москва, 1984).
- [38] J. Pumplin, G. L. Kane, Phys. Rev. D **11**, 1183 (1975); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.11.1183>.
- [39] B. Z. Kopeliovich, B. G. Zakharov, Phys. Lett. B **226**, 156 (1989); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(89\)90305-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)90305-5).
- [40] O. V. Selyugin, Phys. Part. Nucl. Lett. **13**, 303 (2016); <https://doi.org/10.1134/S1547477116030195>.
- [41] E. Aprile *et al.*, Phys. Rev. Lett. **46**, 1047 (1981); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.46.1047>.

- //doi.org/10.1103/PhysRevLett.46.1047.
- [42] C. Lac *et al.*, J. Phys. **51**, 2689 (1990); <https://doi.org/10.1051/jphys:0199000510230268900>.
- [43] J. Bystricky, C. Lechanoine-LeLuc, F. Lehar, Eur. Phys. J. C **4**, 607 (1998); <https://doi.org/10.1007/s100529800946>.
- [44] С. М. Биленький, Л. И. Лапидус, Р. М. Рындин, Усп. физ. наук **84**, 243 (1964); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0084.196410b.0243>.
- [45] L. Wolfenstein, J. Ashkin, Phys. Rev. **85**, 947 (1952); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.85.947>.
- [46] S. Bultmann *et al.*, Phys. Lett. B **632**, 167 (2006); <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.10.041>.
- [47] D. Bell *et al.*, Phys. Lett. B **94**, 310 (1980); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(80\)90885-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90885-0).
- [48] С. М. Трошин, Н. Е. Тюрин, Усп. физ. наук **164**, 1073 (1994); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0164.199410c.1073>.
- [49] A. D. Krisch, Eur. Phys. J. A **31**, 417 (2007); <https://doi.org/10.1140/epja/i2006-10232-4>.
- [50] N. Akchurin, N. H. Buttimore, A. Penzo, Phys. Rev. D **51**, 3944 (1995); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.3944>.
- [51] J.-R. Cudell, E. Predazzi, O. V. Selyugin, Eur. Phys. J. **21**, 479 (2004); <https://doi.org/10.1140/epja/i2004-10012-2>.
- [52] N. O. Chudak *et al.*, Ukr. J. Phys. **61**, 1033 (2016).
- [53] В. В. Анисович, Усп. физ. наук **168**, 481 (1998); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0168.199805a.0481>.
- [54] M. Bashkanov, AIP Conf. Proc. **619**, 525 (2002); <https://doi.org/10.1063/1.1482483>.
- [55] W. Ochs, J. Phys. G **40**, 043001 (2013).
- [56] T. Teshima, I. Kitamura, N. Morisita, AIP Conf. Proc. **619**, 487 (2002); <https://doi.org/10.1063/1.1482475>.
- [57] H. Noshad, S. Mohammad Zebarjad, S. Zarepour, Nucl. Phys. B **934**, 408 (2018); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2018.07.012>.
- [58] A. Breakstone *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2180 (1985); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.54.2180>.
- [59] C. M. Ankenbrandt *et al.*, Phys. Rev. **170**, 1223 (1968); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.170.1223>.
- [60] П. Коллинз, *Введение в Реджевскую теорию и физику высоких энергий* (Атомиздат, 1980).
- [61] I. V. Sharf *et al.*, J. Mod. Phys. **2**, 1480 (2011); <https://doi.org/10.4236/jmp.2011.212182>.
- [62] I. V. Sharf *et al.*, J. Mod. Phys. **3**, 16 (2012); <https://doi.org/10.4236/jmp.2012.31003>.
- [63] I. V. Sharf *et al.*, J. Mod. Phys. **3**, 129 (2012); <https://doi.org/10.4236/jmp.2012.32018>.
- [64] М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, *Методы теории функций комплексного переменного, 4-е изд.* (Наука, Москва, 1973).

THE CALCULATION OF THE DIFFERENTIAL CROSS SECTION OF HADRON ELASTIC SCATTERING BY TRANSFERRED FOUR-MOMENTUM WITHIN THE PERTURBATION THEORY

N. O. Chudak, K. K. Merkotan, D. A. Ptashynskiy, O. S. Potienko, I. V. Sharph, V. I. Bregid
Odesa National Polytechnic University, 1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine
e-mail: nata.podolyan@gmail.com

Existing field theories consider multi-particle states from the Fock space are considered, but field operators are purely single-particle operators. As a result, all known quantum field theories are formulated in terms of the filling numbers of the single-particle states. Such a situation is acceptable for the theories (for example, QED), in which in the initial and final states there are quanta of the same fields that interact. But when we describe the hadron scattering processes, a known problem arises. Through the gluons' exchange an interaction occurs between the quarks that are in the hadron, but in the initial and final states of the scattering process, only the bound states of the quarks, which are hadrons, can be observed. This leads to the conclusion that when we consider the interaction between the quarks and gluons, we cannot “turn on” the interaction in the initial phase of the scattering process and “turn off” it in the final phase, as in the usual \hat{S} — matrix consideration. Namely, the asymptotic quark and gluon states are not single-particle and cannot, in principle, be expressed in terms of one-particle states due to the requirement of relativistic invariance. Indeed, it is impossible to realize a purely spatial shift in a relativistic theory, as each single-particle state cannot be characterized only by the particle's momentum, but must be characterized by the energy-momentum four-vector. Therefore, as a result of working with the filling numbers of such states, we will have the energy-momentum conservation law for the quarks and gluons four-momenta, not for hadrons, as in the experiment.

We propose to solve these problems by using the model of multi-particle fields. After quantization, the operator-marking functions of the multi-particle fields describe the creation and annihilation of hadrons. When we describe the hadron processes with these operators, the hadrons energy-momentum is conserved, not the constituent particles, as it should be.

The differential cross section of proton elastic scattering by the square of the transferred four-momentum is calculated by the model of the multi-particle fields, namely three-particle bispinor field and two-particle gauge field. The contribution from the simplest pole diagrams and the contribution from the two-particle branching point are taken into account.

Comparison with experimental data showed a qualitative reproduction of these data. The nonmonotone effect of the differential cross section dependence on the square of the transmitted four-momentum with increasing energy in the center of the mass system is described.

In the considered model, the nonmonotone effect is a consequence of the proton spin properties. In our opinion, if we want to reproduce the quantitative experimental data, we will have to include the contributions from inelastic processes to the unitarity condition, but this requires a large amount of calculation.