Число $\boldsymbol{\pi}$. определяется аналогично через первый замечательный предел.

Пусть угол, образованный двумя радиусами окружности $\boldsymbol{R}$, упирается на хорду, имеющую бесконечно малую длину $\boldsymbol{\Delta} l$, разделён на два эталонных бесконечно малых угла $\boldsymbol{\Delta}\beta$.

Число $\boldsymbol{\pi}$ соответствует произведению отношения эталона бесконечно малой линейной величины $\boldsymbol{\Delta} l$ к бесконечно малой угловой величины $\boldsymbol{\Delta}\beta$, умноженного на отношение предельных значений этих величин.

$$\pi \rightarrow \frac{180°}{\Delta\beta} \cdot sin\boldsymbol{\Delta}\beta = \frac{\Delta l}{\Delta\beta} \cdot \frac{180°}{2R} \quad (4)$$

Вывод. Иррациональные числа ***e, π*** служат для связи упорядоченных числовых множеств с различными эталонами измерения и выражаются в математическом анализе через первый и второй замечательные пределы.

Литература

1. Кожухов И.Б., Прокофьев А.А. Универсальный справочник по математике.- М.: Лист Нью, 2003. – 544 с.
2. Богданов А.В. Вероятностная аксиоматика упорядоченных числовых множеств. - Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ, 2012. – № 2 (45) . – с. 5 – 8.

УДК 519.8 **Information Control Systems and Technologies, pp. 193-196**

К.э.н. Юхименко Б.І.

НЕКОТОРЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОБЛЕМЫ КОМБИНАТОРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Ph.D. Yukhymenko B.I.

SOME INFORMATION PROBLEMS OF COMBINATOR LINEAR OPTIMIZATION

Принятие оптимальных решений в практической деятельности человека это многогранная и многоэтапная проблема. Доведение процесса от постановки задачи до получения результата решения и его внедрения встречается много различных препятствий и задач, которые необходимо решить. Многие вычислительные алгоритмы оптимизации содержат моменты, связанные с решением задач информационного характера.

Эффективность работы алгоритмов комбинаторного характера не исключает проблему организации исходной, промежуточной и результирующей информации.

Основной комбинаторный метод дискретной оптимизации есть метод ветвей и границ. Ему посвящено множество публикаций, разработано не мало модификаций, нацеленных на уменьшение количества перебираемых вариантов, однако он всё ещё остаётся в классе алгоритмов *NP*-сложности. Сложность вычислений увеличивается за счёт обслуживания информационного обеспечения работы алгоритма. Актуальным остаётся вопрос отсеивания подмножества вариантов и, естественно, сопровождающих их информационных массивов.

Любой алгоритм метода ветвей и границ имеет древовидную схему поиска оптимального решения. В процессе его работы формируется дерево ветвления, в котором содержится вся информация о решаемых подзадачах. Чем меньше ветвей будет порождено (особенно при первом проходе), тем больше подмножеств вариантов будет исключено из рассмотрения. Изначальное наличие рекордного значения целевой функции *R* запретить порождать ветви, представляющие неперспективные подмножества. Они будут отсеяны.

Что касается решения задач с булевыми переменными, в частности многомерной задачи о ранце, то для получения рекордного значения R существуют различные приближенные и вероятностные приближенные алгоритмы. Они обеспечивают получение достаточно хорошего, а иногда и оптимального решения за короткое время. К ним относится жадный [1], генетический [2], комбинированный [3], муравьиной колонии [4] и ряд других.

Если разбиение множества вариантов основано на идее последовательного построения решения, то переход от *К*-го яруса дерева решений *К (К+1)*-му соответствует конкретизации *(К+1)*-ой компоненты.

Предположим, что проделано *К* шагов работы алгоритма, определён *К* компонент. Имеется частичное решение δ^K . Пусть I_x^K - множество номеров конкретизованных компонент соответственно. Определяется множество номеров компонент V_j^K , которым можно присвоить значение «1».

$$V_j^K = \left\{ \frac{j}{j} \in \overline{\square} I_x^K, \text{и для которых} \left(b_i - \sum_{j \in I_x^K} a_{ij} \delta^K \right) > 0 \forall_i \right\}$$

Отсеиванию подлежит подмножество, содержащее частичное решение δ^K, для которого

$$\left(\sum_{j\in I_X^K} c_j + \sum_{j\in V_j^K} c_j\right) \le R$$

Кроме того, отсеиванию подлежит вершина, если $V_j^K = \emptyset$.

Приведём результат решения многомерной задачи о ранце.

$$Z = \max\left[\left(5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 2x_5 + 4x_6 + 5x_7\right)\right]$$

при ограничениях

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 3x_6 + 5x_7 \le 10$$
$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 4x_5 + 4x_6 + 3x_7 \le 8$$
$$x_j \in \{0,1\}, j = \overline{1,7}.$$

В первую очередь определим рекордное значение целевой функции *R*. Используем приближенный комбинированный алгоритм. Приоритетная очередь компонент вектора решений на присвоение значения «1» следующая: $I_K = \{1,6,3,4,7,2,5\}$.

Компонентам x_1, x_6 и x_3 присваиваются значения «1». *R*=5+4+4=13.

Далее задача решается обычным методом ветвей и границ.

Оценки вершин дерева определяется известным способом расширения множества вариантов.

Решаются (m=2) нецелочисленных задач о ранце алгоритмов Данцига.

Пусть $Z_1(x^*)$ и $Z_2(x^*)$ оптимальные значения целевой функции для каждой задачи, то оценка вершины

$$\xi = \min\left[\left(Z_1(x^*),\quad Z_2(x^*)\right)\right].$$

Алгоритм Данцига приоритетную очередь компонент определяет в соответствии упорядоченных значений

$$\lambda_j = \frac{c_j}{a_{ij}}\left(j = \overline{1,n}\right)$$ для i=1 и i=2 соответственно.

Имеем

$I_x^1 = \{3,6,1,4,7,2,5\}$ и $I_x^2 = \{4,1,3,7,6,2,5\}$.

Дерево решений приведено на рис.1

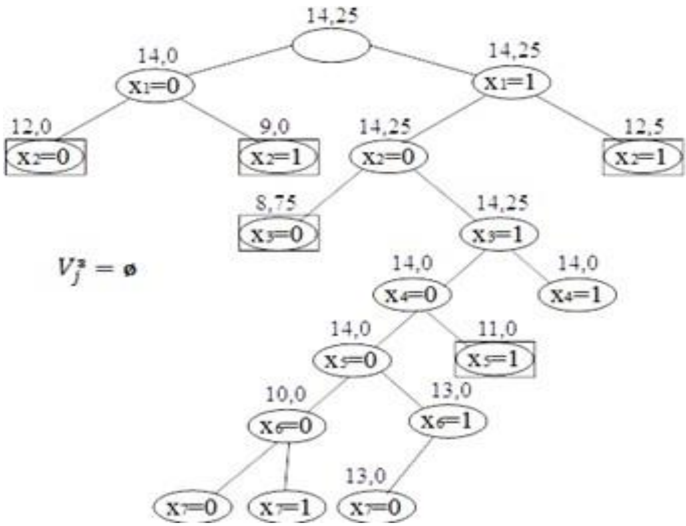

Рис.1. Дерево решений

Рассмотренный пример дерева решений содержат 18 вершин. Реально рассматривалось только 8. На рис.1 отмечены вершины (□), которые не рассматривались, как имеющие оценку меньше *R*.

Литература

1. Г.Н. Дюбин, А.А. Корбут. Жадные алгоритмы для задач о ранце: поведение в среднем // Сибирский журнал индустриальной математики, 1999. – Т.2. №2(4). – С. 68 – 93.
2. И.Х. Сигал, А.П. Иванова. Введение в прикладное дискретное программирование. – М. : физматгиз, 2007. – С. 304.
3. Б.И. Юхименко, Н.П. Волкова. Приближённые алгоритмы решения задачи о многомерном ранце // Дослідження в математиці і механіці, 2017. – Т.22, вип. 2(30). – С. 104 – 115.
4. С.Д. Штовба. Муравьиные алгоритмы: Теория и приложения // Программирование, 2005. – №4. – С. 3 – 18.